

## 第2問(必答問題)

## 問1

[取り出した番号が2, 4, 5, 6の場合]

Aさんが最初に5の札を取った場合を考えると、残りの番号2, 4, 6はすべて5と互いに素であるため、ゲーム経過は

$A(5) \rightarrow B(2)$

$A(5) \rightarrow B(4)$

$A(5) \rightarrow B(6)$

のいずれかとなる。したがって **ア** には6が入る。

Aさんが最初に5以外の札である6を取り、Bさんが5の札を取った場合のゲーム経過を考えると、残りの番号2, 4は5と互いに素であるため、ゲーム経過は

$A(6) \rightarrow B(5) \rightarrow A(4)$

$A(6) \rightarrow B(5) \rightarrow A(2)$

のいずれかとなる。したがって **イ** には2が入る。

[取り出した番号が2, 3, 5, 6の場合]

Aさんが負けてしまう経過の一つである  $A(2) \rightarrow B(3) \rightarrow A(\text{ウ}) \rightarrow B(\text{エ})$  を考えると、**ウ**, **エ** は5, 6のいずれかである。Aさんが2の札を引いた後、Bさんは3の札を引いているため、その後Aさんは3と互いに素である札を取らなくてはならないため5を引かざるを得ない。その後Bさんは5と互いに素である6の札を引くことができるため、Bさんの勝ち、Aさんの負けとなる。

(答) **ア** … 6 **イ** … 2 **ウ** … 5 **エ** … 6

## 問2

図2 (a) を見ると **オ**, **カ** はどちらも2, 3と線でつながっているため、互いに素である。2から9のうち2, 3は既出のため4から9を考えると、2, 3とともに互いに素であるのは5と7のみである。

図2 (b) を見ると **キ** は2, 4, 5と線でつながっているため、互いに素である。2から9のうち2, 4, 5は既出のためその他の数を考えると、互いに素であるのは7, 9のみである。しかし、7は3とも互いに素であるが **キ** は3と線がつながっていないため **キ** は9となる。

(答) **オ** ・ **カ** … 5 ・ 7 **キ** … 9

## 問3

図3を考えると、最初にAさんが8の札を取り、Bさんは太線につながった他方の21を取ればよい。次にAさんは2の札しか取ることができなくなる。したがって **ク** は ㉓21, **ケ** は ㉑2 となる。

図3で新たな太線の組合せを考える。問題文には新たな太線の組合せとして

(**コ**, 21), (**サ**, 8), (**シ**, 15) と書かれている。21は2, 8と線につながっているが、8は **サ** と太線につながるため、どの番号も2本以上の太線につながらないようにするというルールにしたがうと、21と太線につながるのとは2となる。よって **コ** は ㉑2 となる。同様に **サ** を考える。8は3, 15, 21と線につながっているが、21はすでに2と太線につながっており、15も **シ** と太線につながるようになっている。よって8と太線につながるのとは3となり、**サ** は ㉑3 となる。最後に **シ** を考えると、15は2, 8, 14と線につながっているが、2, 8はすでに太線とつながっているため、15と太線につながるのとは14となり、**シ** は ㉑14 となる。

この作戦でAさんが負けるゲーム経過の一つである

$A(8) \rightarrow B(3) \rightarrow A(\text{ス}) \rightarrow B(15) \rightarrow A(\text{セ}) \rightarrow B(21)$

を考える。まずこの作戦を図で描くと次のようになる。

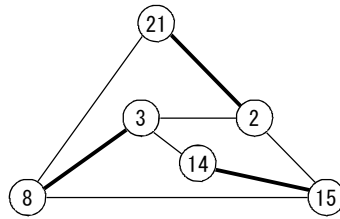


図3 新たな太線の組合せの作戦の場合

図を見ながら考えると、Bさんが3の札を取った後、Aさんは2か14の札を取らなければならないが、最後にBさんが21の札を取っていることを考えると、Aさんは14の札を取ったことになる。その後、Bさんは15の札を取り、Aさんは2の札しか取ることができず、最後にBさんが21の札を取りBさんの勝ち、Aさんの負けとなる。したがって **ス** は ⑧14、**セ** は ⑩2 となる。

図4の場合、最初にAさんが21の札を取ると、次にBさんは2の札しか取らざるを得ず、Aさんは太線でつながっている15を取れば勝つことができる。よって **ソ** は ⑨15 となる。

どの番号も2本以上の太線につながらないようにするというルールを念頭に置いて、図5で新たに太線を選びなおすことを考えると、(5, 6)の代わりに(3, 5)を、(2, 9)の代わりに(2, 3)を太線として選びなおすことができる。これらを図にすると以下のようになる。

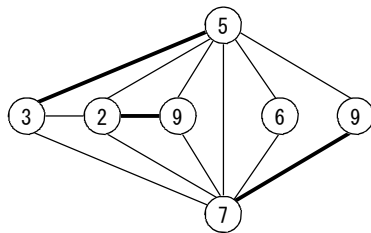


図5 (5, 6)の代わりに(3, 5)を新たな太線として選びなおした場合

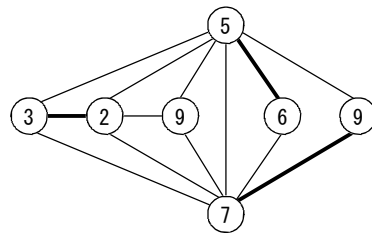


図5 (2, 9)の代わりに(2, 3)を新たな太線として選びなおした場合

(5, 6)の代わりに(3, 5)を新たな太線として選びなおした場合、Aさんは太線につながらない番号の6の札から取れば、必ず勝つことができる。

(2, 9)の代わりに(2, 3)を新たな太線として選びなおした場合、Aさんは太線につながらない番号の9の札から取れば、必ず勝つことができる。

したがって **タ**、**チ** は ③6、⑥9 となる。

(答) **ク** … a    **ケ** … 0    **コ** … 0    **サ** … 1  
**シ** … 8    **ス** … 8    **セ** … 0    **ソ** … 9  
**タ** ・ **チ** … 3 ・ 6