

第2問(必答問題)
問1

記法1では、図1のT1は以下の順序で導くことができる。

1. 「A」対「B」 → 「(A×B)」
2. 「C」対「D」 → 「(C×D)」
3. 「AとBの勝利チーム」対「BとCの勝利チーム」 → 「④((A×B)×(C×D))」

記法1では、図2のT2は以下の順序で導くことができる。

1. 「A」対「B」 → 「(A×B)」
2. 「AとBの勝利チーム」対「C」 → 「((A×B)×C)」
3. 「A対Bの勝利チーム対Cの勝利チーム」対「D」 → 「①(((A×B)×C)×D)」

(答) … 4 … 1

問2

まず括弧を付けた状態で、「×」を「*」に変更し、対戦チームの直後に移動すると「((A×B)×C)」は以下ようになる。

$$((AB*)C*) \quad \dots (i)$$

次に(i)から括弧を削除すると以下の表現になる。

$$\textcircled{6}AB* \quad \textcircled{5}C*$$

(答) … 6 … 5

「*」は試合を行う順に左から並んでいるので、この例では、はじめに「A」と「B」が対戦し、その「勝利チーム」と「C」が対戦することになる。したがって、決勝戦の対戦チームは、「AとBの勝利チーム」と「C」となる。

(答) ・ … 7 ・ 2

「((A×B)×(C×D))」を記法2であらわすと次のようになる。

$$AB*CD**$$

したがって、7文字となる。

(答) … 7

問3

図1の組合せ例T1は、記法1では以下のようにになる。

$$((A \times B) \times (C \times D))$$

記法2では以下のようにになる。

$$2 AB*CD**$$

記法3では末尾に並ぶ「*」をすべて削除するので

$$AB*CD$$

となる。したがって、図1の組合せ例T1は記法3では5文字となる。

(答) … 5

記法3で「AB*CD*EF」に対応する記法1を考える。「*」は試合を行う順に左から並んでいるので、その規則に則って記法1であらわすと、

$$(A \times B) \times (C \times D) EF$$

となり、EFが余るため、末尾に並んでいた「*」が削除されることがわかる。まず「E」と「F」の対戦、そして、その「勝利チーム」と「A, B, C, Dのうちの勝利チーム」の対戦のため、末尾には「*」が2個ついていたとわかる。したがって、記法3での「AB*CD*EF」を記法1ですべてあらわすと、

$$\textcircled{2}(((A \times B) \times (C \times D)) \times (E \times F))$$

となる。

(答) … 2

コ について、考えうるもっとも簡単な具体例を用いて、解答群の正誤判定を行う。

①：そもそも $n=2$ や $n=4$ の場合、割り切れないので不適切。

②：例えば $n=2$ の場合、優勝までに必要な試合数は1回であるが、「*」の出現回数は0回であるので不適切。

③：例えば $n=3$ において、「 $(A \times (B \times C))$ 」の場合、**記法3**では「ABC」となり、「*」が1回も出現しないので不適切。

④：例えば $n=2$ の場合、「*」が1回も出現しないので正答。

(答) **コ** … 3

問4

文字数を最小にするには、できる限り末尾に「*」がより多く出現するように記述すればよい。そうするには「試合の対戦チームは常に二つとも「*」の左側に並ぶ」という性質を用いて、以下の順で試合が早いものが後ろにくるようにすれば、すべての「*」を末尾に置くことができる。

- (i) AB*
- (ii) C AB* *
- (iii) D C AB* * *

したがって、図2の組合せ例T2は最小で4文字となる。

(答) **サ** … 4

シ について、「EAB*CD」を**記法1**に戻して考えてもよいが、「EAB*CD」の並びに着目すれば、すぐに答えを導くことができる。

まず「EAB*CD」はチーム数が5に対して「*」が1個なので、末尾の「*」が省略されているとわかる。まず「A」対「B」と「C」対「D」を行い、その後、その勝利チーム同士が試合を行う。そして、一番最後に「A」、「B」、「C」、「D」の中の勝利チームと「E」が試合を行う。したがって、「E」の初戦が決勝となる組合せは①のみとなる。

(答) **シ** … 1